nalium primùm obſervavi. [Quæ autem Ratio in terminis abſolutis, erit A C ad B C, ferè *ſuperbitertia*, ſivè *ſuperbipartiens-tertias*: & ad A B, *dupla-ſeſquialtera* ferè: & ſic B C ad A B, penè *ſeſquialtera*, ſeu *ſeſquipla*. Quibus igitur congruunt ferè in Harmonicis, Concordantiæ ſeu Conſonantiæ, (1) *Hexachordum majus*, vel *Sexta* major ſeu perfecta; ſive *Ditono-diateſſaron*, aut *Tono-diapente*, ut à tono minore; (è Muſarithmorum, ſeu Proportionum harmonicarum compoſitione uſitata (uti proportionum in genere juxtà *E.6.d.* 5. vel etiam *E.* 8. p. 5. nempè, ut partium ſeu minutiarum ſive fragmentorum, compoſitio conjuncta ſeu multipla.) 2. *Decachordum* vel *Decima major*, ſeu *Ditono-diapaſon*. (3.) *Pentachordum*, ſeu *Hemiolium*, *Diapente* ſive *Quinta* perfecta. Adeò quòd tota A C (uti linea ſeu longitudo aliqua ſonora, quaſi chorda tenſa, velut in *Monochordo*) proportionaliter, ſeu ſecundùm extrema & medium ſecta, proximè accedit ad ſectionem geometrico-harmonicam ipſius *Diapente*: Atque ſic A C + B C, (ceu integra chorda harmonica vel muſica tenſa) ſecta in ratione A C ad B C, proximè concordat cum ſectione harmonica Hexachordi vel Sextæ majoris. Adhæc, ratio A C q ad B C + $\frac{A C}{2}$ q (primùm notata) conſentit exactè cum ratione *Ditoni*, vel *Tertiæ* majoris ſeu perfectæ, ſive enharmonicæ; quæ conſtat ex utriſque Tonis. Et ratio $\frac{A C}{2}$ q ad idem (tunc etiam notata, ex *E.* 13. 1.) convenit exactè cum ratione *Ditoni-diſdiapaſon*, ſeu *Decimæ-ſeptimæ majoris*; quæ etiam inter conſonantias cenſetur. Atque hæc obiter, à me obſervata.] Quoniam verò jam B C biſecatur à Diagonio E I (quod etiam obſervabile) nempe B *b* = C *b*: idcircò ducto Radio C E = C A, erit triang. C E B, *Iſoſceles*, (in duo rectangula, C *b* E, B *b* E, per dictum Diagonium bipartitum.) Et proinde (quod ulteriùs notandum) E B = E C. Atque ſic ang. E B C = E C B. Atqui anguli E C B (ſeu E C A) menſura nota eſt arcus A E, ex ejus chorda vel ſubtenſa A E, quæ eſt latus Pentagoni [quodquè ideò Geometricè chorda pentagona; & Harmonicè *Pentachordon* & *Diapente*: vel potius hic (ut Quinta arithmetica) *Pemptochordon*, & *Dia-pempton*, dici poſſit. (Eſt namque *Pentagonus* una è Figuris harmonicis primis ſeu radicalibus, juxta *Kepl.*] Et cujus ſinus rectus eſt E *b*, ſemidiagonius: Ergo & anguli E B C (ſeu D B C in Ellipſi) quæſiti, erit menſura ſeu quantitas eadem. Vel in triang. rectang. E *b* B, datis E *b* ſemidiagonio, pro baſi, ut ſinu recto arcûs E A, vel anguli E C A noti; & B *b* catheto (ex præfatis numeris) habebitur ſubindè ang E B *b* (vel E B C) quæſitus. Et conſequenter ang. B E *b*, quæri $\frac{A E b}{2}$: Seu ang. A E *b* (in triang. rect. A *b* E) eſt comp. E A *b*, qui eſt $\frac{E A I}{2}$ = ang. inclinatorio, ſeu interſectorio axium Ellipſeos & Coni vel Cylindri, ſive ſectionis ellipticæ & triangulæ ſeu trilateræ ſimul in cono; vel ellipticæ & quadrangulæ aut parallelogrammæ ſimul in cylindro. Ergo & A E *b* (= B E C) = ang. ſectionis circularis & ellipticæ ſimul, & in cono & cylindro; qui eſt alterius ſub-ſeſcuplus: quique bifariam ſecatur à linea obliquè ducta, E F, (cujus ſegmenta BD, B F, intrà Ellipſim terminata, requiruntur ſolùm per Prop. *Monti.*) uti ang. verticalis Iſoſc. B E C, à linea Pentagoni diagonia E I. Et ſic ang. A E B = B E *b* = *b* E C: & A B E = E A I: & A F E vel A F B = B A F vel *b* A I: Ergò triang. A B F Iſoſc. Ex quibus aliter innoteſcit ang. quæſitus.

Vel denique quandoquidem ſegm. B C (quod notandum) æquale eſt lateri Decagoni ordinati ejuſdem circuli cum Pentagono, juxta *E.* 14. 4. (quodque ſubtendens decimam partem ejuſdem, chorda decagona, Geometricè dici meretur; & harmonicè, *Decachordon*; potius-vè hic (ut Decima algorithmica ſeu logiſtica) *Decatochordon*, & *Diadecaton*: (Eſt enim *Decagonus* altera è Figuris harmonicis primariis.) Idcirco erunt crura Iſoſcelis B E C (ſcil. E B, E C) radii ejuſdem circuli: & anguli centrales E, erit menſura indè nota: & conſequenter angulorum ad baſem ſeu peripheriam, æqualium, B, C.

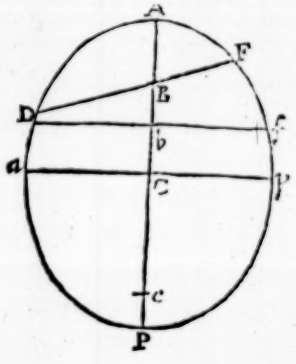
Invento jam angulo (C B D in Ellipſi) quæſito; inveniuntur ſegm. B D, B F, lineæ D F intrà Ellipſim, poſtulata, omnino ut priùs à me & quibuſdam aliis in reſolutione iſtius problematis variè oſtenſum eſt. Neque enim aliter, ſine productione vel protractione ejuſdem (vel unius & alterius) lineæ extrà Ellipſeos limitem (prout in ipſa Prop. *Monti.* conceditur) eadem obtineri poſſe arbitror: nequidem intrà circuli ambientis ambitum. Quamobrem ſecta C *d*, vel C *c*, in ratione C A ad C B, & A B. (viz. A *c* ad *b*.) erit, C A. C B :: C *d* vel C *c*. $\frac{C A \text{ vel } C P}{2}$ (viz. A C. B C :: *a*. $\frac{a C}{2}$) Et, C A. B A :: C *d*. $\frac{C B.}{2}$ viz. C *b*, vel B *b*. (Adeò ut E I etiàm ſecat C *d* conſimiliter ratione; & proinde *b d* = $\frac{C A}{2}$.) Et quod ex hoc ipſo opere, primùm mihi obſervare contigit. Verùm indè in *Eucl.* de hoc inquirens, comperi ſtatim ſimile quid (vel idem quaſi) in *E.* 14. 1. Nempe quòd eſſet C *c* = $\frac{C A}{2} + \frac{C B}{2}$, vel contractiùs, $\frac{C A + C B.}{2}$ Unde habentur minore negotio ſegmenta quæſita, in numeris, juxtà noſtrum reſolvendi modum. *J. WYBERD.*

K. (Wyberd (J.)

SI Problemati Elliptico Domini *Jean de Monfert* Paradigma adjectum illuſtrandi, vel etiam Figuræ regulariter conſtruendæ cauſſâ, ſolummodò eſſet: vel ipſum problema exercitationis tantùm mathematicæ ergo effictum & celebratum fuerit: Simile paradigma in aliis numeris (haud multùm ab illis diſtantibus) magis artificioſè poni potuit: vel ſimilis (ſeu eadem fermè) Propoſitio in aliis partim terminis, (alias præterea quæſtiones tum appoſitè inferentibus,) ità poni & reſolvi potuiſſet. Ut

Datis,

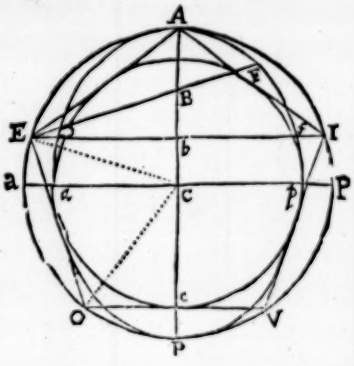
A C 1.00000, *ut ibi.*
a C .80902
B C .61803
A *c* 1.80902
b c 1.11803 *vel*
A *b* .69098 *veriſſimè.*



Quæruntur jam,
Ratio Geometrica eorundem.
Indè, Angulus C B D, (congruens ferè cum dato à *Montfert.*)
Et conſequenter ſegm. B D, B F, ut ibi.

Quoniam nonnulli Mathematici hanc Propoſitionem (ſeu Paradigma problematicum) videntes, quid de ea ſtatuere non pro certo habuerunt; utpote mentem noſtram minimè percipientes: Idcircò noſtram rationem & reſolutionem ejuſdem Geometricam, quæcunque eſt, (ſimul etiam exercitii & oblectamenti mathematici gratiâ) ampliùs offerre, haud ità alienum vel inconſultum duximus; etiamſi quidem è ſola ferè Schematis apodictici inſpectione, eadem intelligenti facilè pateat.

ESto AC ſemidiameter circuli *Pentagono* ordinato (AEI OV) circumſcripti; ut *Radius* univerſalis, ſivè *Sinus* totalis: C *c* = C *a*, ſemidiam. circuli eidem inſcripti; quæ ſic erit ſinus ſemianguli pentagonalis C O *c*. facti per C O = C A. Inter quos igitur circulos deſcribatur *Ellipſis* (vel *Cyclois* ſeu *Cycloides* vulgaris) A *a* P *p* A (juxta literas à *Montferto* appoſitas) ut mediè proportionalis, ſeu proportionaliter vel geometricè media exiſtens. Sicque diametri iſtorum circulorum erunt diametri Ellipſis extremæ. Poſitâ autem C *c* = C *a*; erit tota A *c*, Diameter (ſeu Perpendiculum) ipſius Pentagoni; quæ ſecatur à Diagonio ejuſdem, vel Subtenſa angulari, E I (cujus portio ellipſata eſt D *f*) extrema & media ratione (*E.* 16. 2.) Cujus ideò ſegmentum majus eſt *b c*. Quodquè eſt hìc numericè, radix Rationis ſeſqui-quartæ: adeoque (quod notabile) $b\,c = BC + \frac{AC.}{2}$ Quippè ponitur B C ut majus ſegmen ipſius A C (utputà Unitatis) ità ſectæ ſeu diviſæ. Atqui eſt $BC + \frac{AC}{2}$ q ſeſqui-quartum A C q: vel



(quod eôdem redit) eſt quintuplum $\frac{AC}{2}$ q. (*E.* 13. 1.) Adeò ut ex utravis Ratione (ſeu Analogia) prodit immediatè idem quaſi Compoſitum ſeu Complexum (ut ità dicam) potentiale, ceu *Binomium*, $BC + \frac{AC}{2}$ q. Atque indè provenit utrunque ſegmentum irrationale ſeu ineffabile, ſub *Apotome* (*E.* 13. 6.) $\sqrt{BC + \frac{AC}{2}\,q} - \frac{AC}{2}$, majus; & $AC + \frac{AC}{2} - \sqrt{BC + \frac{AC}{2}\,q}$, minus. Quod etiam de $b\,c + \frac{A\,c}{2}$ quantùm ad A *c* vel $\frac{A\,c}{2}$ intelligendum. Atque ita ex accuratiſſimo & breviſſimo noſtro Analogiſmo, vel Epilogiſmo ad hujuſce Sectionis proportionalis admirandæ, & divinæ dictæ, portiones inveſtigandas; nempè *Unitate* ſic ſoluta, ad utranque ſui partem, in ratione decumana, erit A C. B C, vel A B :: A *c*. *b c*, vel A *b* (Eſtque præterea, A C. B C :: E I. E A, juxtà *E.* 13. 8. quod autem ex meo calculo Proportionum pentagonalium

nalium primùm observavi. [Quæ autem Ratio in terminis absolutis, erit A C ad B ●, ferè *superbitertia*, sivè *superbipartiens-tertias*: & ad A B, *dupla-sesquialtera* fermè: & sic B C ad A B, penè *sesquialtera*, seu *sesquipla*. Quibus igitur congruunt ferè in Harmonicis, Concordantiæ seu Consonantiæ, (1) *Hexachordum majus*, vel *Sexta* major seu perfecta; sive *Ditono-diatessaron*, aut *Tono-diapente*, ut à tono minore; (è Musarithmorum, seu Proportionum harmonicarum compositione usitata (uti proportionum in genere juxtà *E. 6. d. 5.* vel etiam *E. 8. p. 5.* nempè, ut partium seu minutiarum sive fragmentorum, compositio conjuncta seu multipla.) 2. *Decachordum* vel *Decima major*, seu *Ditono-diapason*. (3.) *Pentachordum*, seu *Hemiolium*, *Diapente* sive *Quinta* perfecta. Adeò quòd tota A C (uti linea seu longitudo aliqua sonora, quasi chorda tensa, velut in *Monochordo*) proportionaliter, seu secundùm extrema & medium secta, proximè accedit ad sectionem geometrico-harmonicam ipsius *Diapente*: Atque sic A C + B C, (ceu integra chorda harmonica vel musica tensa) secta in ratione A C ad B C, proximè concordat cum sectione harmonica Hexachordi vel Sextæ majoris. Adhæc, ratio A C q ad B C + $\frac{A C}{2}$ q (primùm notata) consentit exactè cum ratione *Ditoni*, vel *Tertiæ* majoris seu perfectæ, sive enharmonicæ; quæ consistit ex utrisque Tonis. Et ratio $\frac{A C}{2}$ q ad idem (tunc etiam notata, ex *E.* 13. 1.) convenit exactè cum ratione *Ditoni-disdiapason*, seu *Decimæ-septimæ majoris*; quæ etiam inter consonantias censetur. Atque hæc obiter, à me observata.] Quoniam verò jam B C bisecatur à Diagonio E I (quod etiam observabile) nempe B *b* = C *b*: idcircò ducto Radio C E = C A, erit triang. C E B, *Isosceles*, (in duo rectangula, C *b* E, B *b* E, per dictum Diagonium bipartitum.) Et proinde (quod ulteriùs notandum) E B = E C. Atque sic ang. E B C = E C B. Atqui anguli E C B (seu E C A) mensura nota est arcus A E, ex ejus chorda vel subtensa A E, quæ est latus Pentagoni [quodquè ideò Geometricè chorda pentagona; & Harmonicè *Pentachordon* & *Diapente*: vel potius hic (ut Quinta arithmetica) *Pempto-chordon*, & *Dia-pempton*, dici possit. (Est namque *Pentagonus* una è Figuris harmonicis primis seu radicalibus, juxta *Kepl.*] Et cujus sinus rectus est E *b*, semidiagonius: Ergo & anguli E B C (seu D B C in Ellipsi) quæsiti, erit mensura seu quantitas eadem. Vel in triang. rectang. E *b* B, datis E *b* semidiagonio, pro basi, ut sinu recto arcûs E A, vel anguli E C A noti; & B *b* catheto (ex præfatis numeris) habebitur subindè ang E B *b* (vel E B C) quæsitus. Et consequenter ang. B E *b*, quem $\frac{A E b}{2}$: seu ang. A E *b* (in triang. rect. A *b* E) est comp. E A *b*, qui est $\frac{E A I}{2}$ = ang. inclinatorio, seu intersectorio axium Ellipseos & Coni vel Cylindri, sive sectionis ellipticæ & triangulæ seu trilateræ simul in cono; vel ellipticæ & quadrangulæ aut parallelogrammæ simul in cylindro. Ergo & A E *b* (= B E C) = ang. sectionis circularis & ellipticæ simul, & in cono & cylindro; qui est alterius sub-sesquiplus: quique bifariam secatur à linea obliquè ducta, E F, (cujus segmenta BD, B F, intrà Ellipsim terminata, requiruntur solùm per Prop. *Montf.*) uti ang. verticalis Isosc. B E C, à linea Pentagoni diagonia E I. Et sic ang. A E B = B E *b* = *b* E C: & A B E = E A I: & A F E vel A F B = B A F vel *b* A I: Ergò triang. A B F Isosc. Ex quibus aliter innotescit ang. quæsitus.

Vel denique quandoquidem segm. B C (quod notandum) æquale est lateri Decagoni ordinati ejusdem circuli cum Pentagono, juxta *E.* 14. 4. (quodque subtendens decimam partem ejusdem, chorda decagona, Geometricè dici meretur; & harmonicè, *Decachordon*; potius-vè hic (ut Decima algorithmica seu logistica) *Decatochordon*, & *Dia-decaton*: (Est enim *Decagonus* altera è Figuris harmonicis primariis.) Idcirco erunt crura Isoscelis B E C (scil. E B, E C) radii ejusdem circuli: & anguli centrales E, erit mensura indè nota: & consequenter angulorum ad basem seu peripheriam, æqualium, B, C.

Invento jam angulo (C B D in Ellipsi) quæsito; inveniuntur segm. B D, B F, lineæ D F intrà Ellipsim, postulata, omnino ut priùs à me & quibusdam aliis in resolutione istius problematis variè ostensum est. Neque enim aliter, sine productione vel protractione ejusdem (vel unius & alterius) lineæ extrà Ellipseos limitem (prout in ipsa Prop. *Montf.* conceditur) eadem obtineri posse arbitror: nequidem intrà circuli ambientis ambitum. Quamobrem secta C *d*, vel C *c*, in ratione C A ad C B, & A B. (viz. A *c* ad *b*.) erit, C A. C B :: C *d* vel C *c*. $\frac{C A \text{ vel } C P}{2}$ (viz. A C. B C :: a C. $\frac{a C}{2}$) Et, C A. B A :: C *d*. $\frac{C B.}{2}$ viz. C *b*, vel B *b*. (Adeò ut E I etiàm secat C *d* consimiliratione; & proinde *b d* = $\frac{C A}{2}$.) Et quod ex hoc ipso opere, primùm mihi observare contigit. Verùm indè in *Eucl.* de hoc inquirens, comperi statim simile quid (vel idm quasi) in *E.* 14. 1. Nempe quòd esset C *c* = $\frac{C A}{2} + \frac{C B}{2}$, vel contractiùs, $\frac{C A + C B.}{2}$ Unde habentur minore negotio segmenta quæsita, in numeris, juxtà nostrum resolvendi modum. *J. WYBERD.*

MVSEVM
BRITAN
NICVM